

数学与系统科学研究院  
计算数学所定期学术报告

报告人： 廖洪林 教授

(南京航空航天大学, 数学系)

报告题目：

分数阶导数非均匀逼近及其挑  
战

邀请人： 周涛 副研究员

报告时间：2019 年 10 月 31 日(周四)

下午 16:00-17:00

报告地点： 数学院南楼二层  
204 教室

## 摘要:

时间分数阶线性与非线性抛物方程在诸如玻璃和不规则材料的建模中引起了人们的关注。但在数值求解时间分数阶偏微分方程时，分数阶 Caputo 导数带来了新的困难，包括弱奇异积分核，初始奇异性，历史记忆性等。我们利用非均匀时间网格上的 L1 公式逼近 Caputo 导数以消除初值奇异性，并应用于求解分数阶线性反应扩散方程。我们构造了一个类似于 Riemann-Liouville 分数阶积分核的离散模拟，利用 Mittag-Leffler 函数的级数形式给出了离散分数阶 Gronwall 不等式。Caputo 导数的卷积积分形式使得非均匀网格下的相容性分析是非常复杂，给出截断误差的精确估计更是有挑战性的工作。我们没有直接估计局部误差的相容阶，而是尽力保持 Caputo 导数本身所具有的卷积结构，给出了一个带有卷积结构的误差阶，由此可以很容易给出一般非均匀网格上的整体相容性误差阶，也涵盖了前人在特殊时间网格上的分析结果。为化解历史记忆性所带来的巨量存储需求，我们利用 SOE (sum-of-exponentials) 技术构建了一个非均匀快速 L1 公式来逼近 Caputo 导数，并针对一个分数阶半线性反应扩散方程，构建了一个时间两层的计算格式。利用离散  $H^2$  能量估计，离散分数阶 Gronwall 不等式和整体相容性分析技术，我们给出了无穷模意义下的无条件收敛性。

# 欢迎大家参加!